

# **Ocena konstrukcji torowisk tramwajowych na podstawie analizy ugięć szyn**

## **Wstęp**

Konstrukcje torowisk tramwajowych historycznie wywodzą się z rozwiązań kolejowych. W przypadku torowisk wydzielonych z jezdni stosuje się najczęściej rozwiązania identyczne jak na kolei. Inaczej jest w przypadku torowisk zabudowanych, gdzie oprócz rozwiązania klasycznego opracowano szereg nowych, niekonwencjonalnych konstrukcji.

O ile klasyczne konstrukcje toru, udoskonalone i sprawdzone w dużo cięższych warunkach pracy w ruchu kolejowym, nie powodują niespotykanych dotąd problemów w utrzymaniu i eksploatacji, to inaczej bywa w przypadku nowych rozwiązań niekonwencjonalnych, które niekiedy po krótkim okresie eksploatacji ujawniają swoje mankamenty, albo też nie przynoszą spodziewanych efektów. Wdrażaniu nowych rozwiązań konstrukcji torów tramwajowych powinno więc towarzyszyć przeprowadzanie badań i analiz dotyczących warunków ich pracy.

W referacie przedstawiono propozycję diagnostycznej metody oceny konstrukcji torowisk tramwajowych z punktu widzenia ich nośności — to znaczy na podstawie analizy:

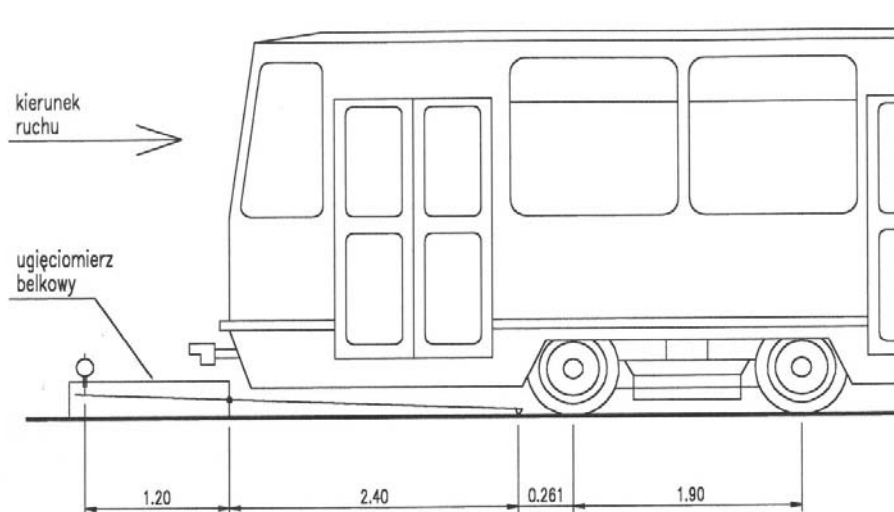
- rzeczywistych ugięć szyn obciążonych taborem — uzyskanych z pomiarów dokonanych przy pomocy drogowego ugięciomierza belkowego oraz
- teoretycznych wartości ugięć szyn — określonych w oparciu o model belki na sprężystym podłożu.

Referat jest kontynuacją problematyki prezentowanej przez autora na poprzednich konferencjach: Drogi Kolejowe 1997 [1] i 2001 [2] oraz IV Seminarium Diagnostyki Nawierzchni Szynowych [3], stanowi podsumowanie etapu badań zakończonego obroną pracy doktorskiej [4].

## **Badania terenowe ugięć szyny**

Opis przeprowadzonych badań terenowych wraz z koniecznymi modyfikacjami drogowej metody pomiaru ugięć nawierzchni został szczegółowo przedstawiony przez autora referatu podczas poprzedniej konferencji Drogi Kolejowe [2], dlatego poniżej przypomniane zostaną jedynie najważniejsze założenia metody:

- pomiary ugięć szyn w torach wykonano z wykorzystaniem drogowego ugięciomierza belkowego (rys.1), według wariantu pomiaru umożliwiającego określenie ugięcia sprężystego,



Rysunek 1. Pomiar ugięcia szyny tramwajowej ugięciomierzem belkowym.

- badania przeprowadzono pod ruchem tramwajów liniowych, w celu zmniejszenia uciążliwości pomiarów wykorzystano postoje tramwajów na przystankach lub przed światłami sygnalizacji świetlnej,
- pomiarami objęto jedynie kilkuletnie torowiska znajdujące się w dobrym stanie, tak aby wyeliminować wpływ niewłaściwej pracy konstrukcji na wyniki pomiarów ugięć (np. lokalny brak podparcia szyny albo zerwane przytwierdzenie),
- badania przeprowadzono dla pięciu, obecnie najczęściej stosowanych we Wrocławiu typów torowisk zabudowanych, dwóch klasycznych:
  1. tor na podkładach drewnianych i podsypce,
  2. tor na podkładach betonowych i podsypce
 i trzech niekonwencjonalnych:
  3. tor na podbudowie betonowej i podporach punktowych,
  4. tor typu węgierskiego,
  5. tor na podbudowie betonowej z szyną obłożoną wkładkami gumowymi.
- badania wykonano na łącznie 14 stanowiskach pomiarowych, gdyż typy torowisk stosowane częściej (2, 3 i 4) ze względu na różnice szczegółów rozwiązań konstrukcyjnych oraz wieku przebadano w kilku różnych lokalizacjach oznaczając je kolejnymi literami alfabetu (np.: 2a, 2b, 2c),
- ze względu na wykorzystanie do obciążeń pojazdów o różnym nacisku koła na szynę (dwa odmienne typy eksploatowanych tramwajów oraz różny stopień napełnienia pasażerami), zmierzone ugięcia rzeczywiste przeliczono na odpowiadające jednej ustalonej wartości nacisku koła na szynę (22,2 kN), które nazwano skorygowanymi.

## ARKUSZ POMIARU UGIĘĆ SZYNY TRAMWAJOWEJ

stanowisko: 2a

data: 20.07.2001

godzina: 11.10

pogoda: pochmurno

temp.: + 22 C

miejsce: ul. Ślężna / Wiśniowa

kierunek: do Parku Pd

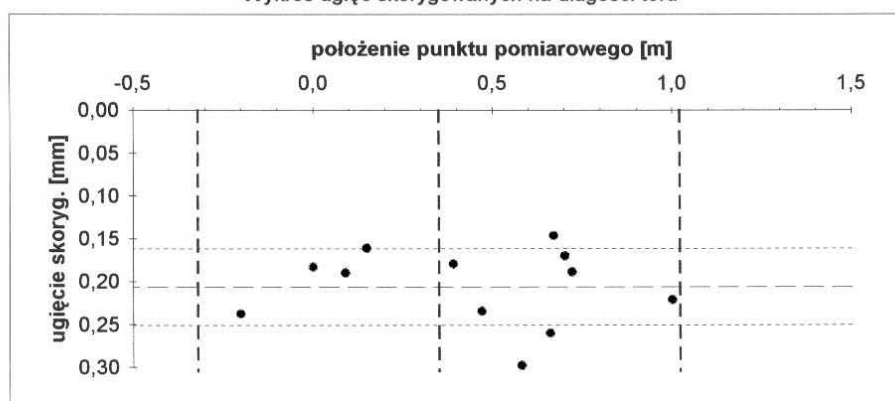
szyna: prawa

typ toru: z podkł. bet.

wiek: 2 lata

| Nr<br>po-<br>miaru<br>i | typ<br>tabo-<br>ru | liczba<br>pasa-<br>żerów<br>ipi | nacisk<br>koła na<br>szynę<br>Pi<br>[kN] | położenie<br>punktu<br>pomiar.<br>lbi<br>[cm] | odczyt wskazań<br>czujnika zegarowego |                      | ugięcie<br>zmierz-<br>ne<br>yi<br>[mm] | ugięcie<br>skorygo-<br>wane<br>ysi<br>[mm] |
|-------------------------|--------------------|---------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------------------|----------------------|----------------------------------------|--------------------------------------------|
|                         |                    |                                 |                                          |                                               | przed odj.<br>tram. y0i               | po odj.<br>tram. y1i |                                        |                                            |
| -                       | -                  | -                               | [kN]                                     | [cm]                                          | [0,01 x mm]                           |                      | [mm]                                   | [mm]                                       |
| 1                       | 2                  | 3                               | 4                                        | 5                                             | 6                                     | 7                    | 8                                      | 9                                          |
| 1                       | 105                | 7                               | 21,80                                    | 0                                             | 986                                   | 977                  | 0,18                                   | 0,183                                      |
| 2                       | 105                | 3                               | 21,12                                    | 67                                            | 984                                   | 977                  | 0,14                                   | 0,147                                      |
| 3                       | 105                | 9                               | 22,15                                    | 9                                             | 985                                   | 975,5                | 0,19                                   | 0,190                                      |
| 4                       | 105                | 3                               | 21,12                                    | 72                                            | 986                                   | 977                  | 0,18                                   | 0,189                                      |
| 5                       | 105                | 5                               | 21,46                                    | -20                                           | 986,5                                 | 975                  | 0,23                                   | 0,238                                      |
| 6                       | 105                | 14                              | 23,00                                    | 100                                           | 992,5                                 | 981                  | 0,23                                   | 0,222                                      |
| 7                       | 105                | 1                               | 20,77                                    | 70                                            | 991                                   | 983                  | 0,16                                   | 0,171                                      |
| 8                       | 105                | 0                               | 20,60                                    | 15                                            | 987                                   | 979,5                | 0,15                                   | 0,162                                      |
| 9                       | 105                | 10                              | 22,32                                    | 58                                            | 986                                   | 971                  | 0,30                                   | 0,298                                      |
| 10                      | 105                | 1                               | 20,77                                    | 47                                            | 987                                   | 976                  | 0,22                                   | 0,235                                      |
| 11                      | 105                | 2                               | 20,94                                    | 39                                            | 986                                   | 977,5                | 0,17                                   | 0,180                                      |
| 12                      | 105                | 4                               | 21,29                                    | 66                                            | 987                                   | 974,5                | 0,25                                   | 0,261                                      |
| wart.śr.=               |                    |                                 | 21,45                                    | wart.śr.=                                     |                                       |                      | 0,200                                  | 0,206                                      |
| odch.st.=               |                    |                                 | 0,70                                     | odch.st.=                                     |                                       |                      | 0,0469                                 | 0,0447                                     |
| wsp.zm.=                |                    |                                 | 3%                                       | wsp.zm.=                                      |                                       |                      | 0,235                                  | 0,217                                      |

Wykres ugięć skorygowanych na długości toru



pozioma linia przerywana rzadka - wartość średnia ugięć skorygowanych  
 poziome linie przerywane gęste - odchylenia standardowe od wartości średniej

pionowe linie przerywane - osie podkładów

Rysunek 2. Przykład arkusza pomiarowego.

Po zakończeniu pomiarów dokonano statystycznego opracowania wyników badań obejmującego:

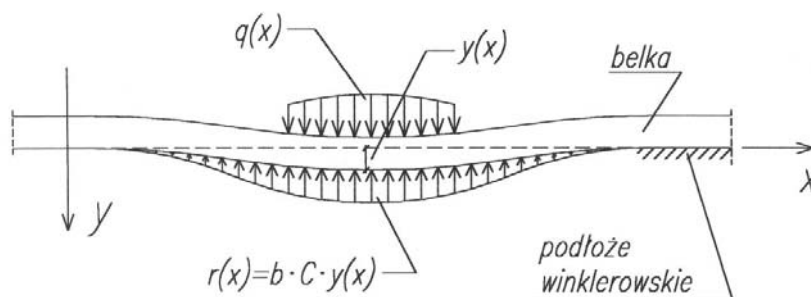
- eliminację błędów dużych,
- określenie rzeczywistych wartości mierzonych wielkości,
- ocenę dokładności pomiarów oraz
- sprawdzenie normalności rozkładów.

Wyniki badań opracowano w postaci arkuszy pomiarowych sporządzonych dla każdego stanowiska, zawierających część opisową, tabelaryczną i graficzną (rys.2).

## Obliczenie teoretycznych wartości ugięć szyny

Opis metody obliczeń teoretycznych ugięć szyny został szczegółowo przedstawiony przez autora referatu podczas IV Seminarium Diagnostyki Nawierzchni Szynowych [3], dlatego podobnie jak w poprzednim punkcie poniżej przypomniane zostaną jedynie najważniejsze założenia metody:

- obliczenia przeprowadzono zgodnie z klasyczną teorią obliczania nawierzchni szynowej według Zimmermanna, z modyfikacjami wprowadzonymi przez Sallera i Hankera oraz Timoszenkę,
- szyna jest traktowana jako odkształcalna belka nieskończonej długości, na ciągłym sprężystym podłożu typu winklerowskiego, o współczynniku podłoża  $C$  (rys.3),



Rysunek 3. Zginanie belki na sprężystym podłożu (oznaczenia w tekście).

- ugięcie  $y$  zginanej szyny o sztywności giętnej  $EJ$  szerokości stopki  $b$  oraz obciążeniu zewnętrznym  $q(x)$  wyraża przedstawione równanie różniczkowe:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} + Cby = q(x) \quad (1)$$

- modyfikacja metody zaproponowana przez Timoszenkę polega na zastąpieniu podparcia poprzecznego szyny teoretycznym podparciem podłużnym, w wyniku czego we wzorach iloczyn  $Cb$  zostaje zastąpiony współczynnikiem podłoża szyny  $U$ ,
- rozwiązanie równania różniczkowego dla obciążenia zewnętrznego w postaci sił skupionych  $P_i$  przybiera postać:

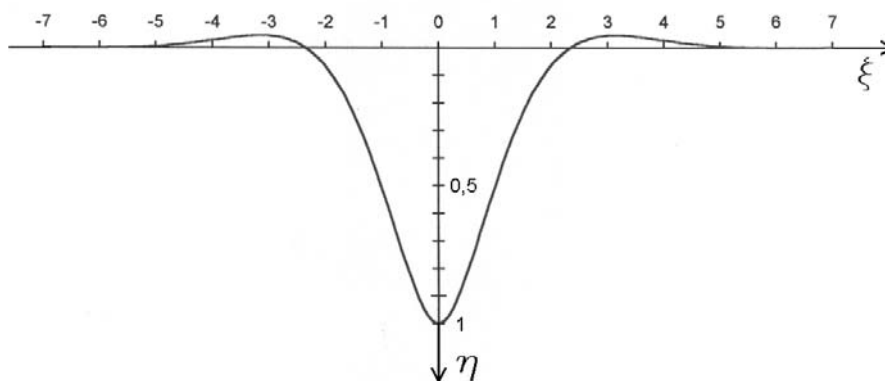
$$y = \frac{1}{2UL} \sum_{i=1}^n P_i \eta_i \quad (2)$$

$$L = \sqrt[4]{\frac{4EJ}{U}} \quad (3)$$

$$\eta_i = e^{-\xi_i} (\cos \xi_i + \sin \xi_i) \quad (4)$$

$$\xi_i = \frac{x_i}{L} \quad (5)$$

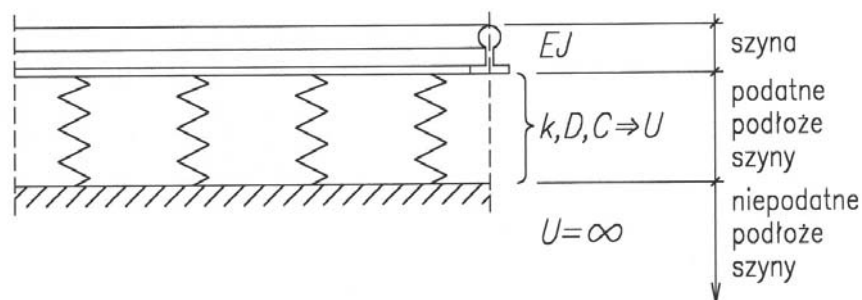
$L$  jest długością zastępczą belki na sprężystym podłożu,  $\eta$  i  $\xi$  są odpowiednio rzędnymi i odciętymi wykresu linii wpływowej ugięcia belki na sprężystym podłożu (rys.4), natomiast  $x_i$  - odległością ustawienia  $i$ -tego nacisku od miejsca ugięcia.



Rysunek 4. Wykres linii wpływowej ugięcia belki na sprężystym podłożu.

Ze względu na znaczne zróżnicowanie konstrukcji pięciu analizowanych typów torowisk zabudowanych, zdefiniowano, a następnie zastosowano uproszczony model obliczeniowy nawierzchni szynowej (rys.5), w którym konstrukcję toru podzieleno ideowo na następujące trzy elementy:

- szynę,
- podatne podłoże szyny,
- niepodatne podłoże szyny.



Rysunek 5. Uproszczony model obliczeniowy nawierzchni szynowej.

W modelu tym punktowe podparcie i zamocowanie szyny zostaje sprowadzone do ciągłego, dzięki czemu staje się on uniwersalny — możliwy do zastosowania w przypadku wszystkich pięciu analizowanych konstrukcji torowisk zabudowanych. Sztywności zastępcze podatnego podłoża szyny wyrażane wielkościami innymi niż współczynnik podłoża szyny  $U$  są w zaproponowanym modelu na niego przeliczane.

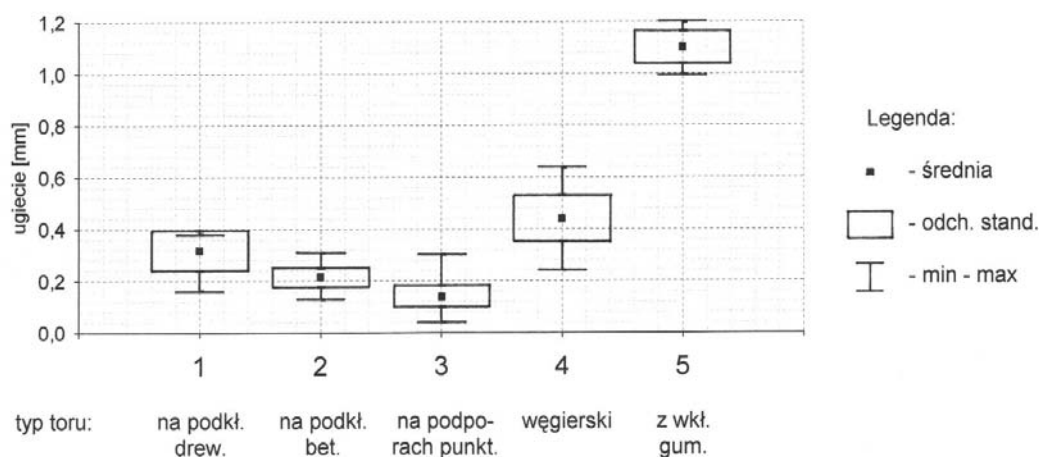
Do obliczeń sztywności wykorzystano dane zaczerpnięte z literatury, opracowań badawczych oraz określone przez producentów elementów podparć i zamocowania szyn (wykresy „siła — ugięcie”, cykl odciążenia). W przypadku danych dotyczących ruchu kolejowego dokonano ich przeliczenia dostosowując je do specyfiki ruchu tramwajowego (mniejsze obciążenia, inne wymiary elementów).

Jako schemat obciążenia szyny przyjęto naciski dwóch kół wózka tramwaju (po 22,2 kN), za którym dokonywane były pomiary ugięć szyny.

## Ocena wyników badań terenowych i analiz teoretycznych

### *Analiza porównawcza wartości ugięć skorygowanych szyny*

Analizę porównawczą wartości ugięć skorygowanych szyny przeprowadzono dla pięciu przebadanych typów konstrukcji torowisk tramwajowych (rys.6).



Rysunek 6. Analiza porównawcza wartości ugięć skorygowanych szyny.

Najmniejsze wartości ugięć osiągnął tor na podporach punktowych (0,14 mm), bardziej podatne były kolejno tory: na podkładach betonowych (0,21 mm), na podkładach drewnianych (0,32 mm) i węgierski (0,44 mm), natomiast najbardziej podatny okazał się tor z wkładkami gumowymi (1,1 mm).

### *Analiza zróżnicowania wartości ugięć skorygowanych szyny na długości toru*

Zróżnicowanie wartości ugięć skorygowanych szyny na długości toru uzyskane w pomiarach terenowych na każdym ze stanowisk jest spowodowane trzema następującymi przyczynami:

- błędem pomiaru ugięć,
- błędem w oszacowaniu wartości nacisku koła na szynę,
- niejednorodnością konstrukcyjną toru wzdłuż jego długości.

Dwie pierwsze przyczyny mają charakter błędów przypadkowych, zróżnicowanie ugięć szyny na długości toru spowodowane tymi przyczynami nie powinno wykazywać regularności. Trzecia przyczyna może natomiast powodować pewne regularności w zróżnicowaniu wartości ugięć szyny na długości toru.

Niejednorodność konstrukcyjna toru może być dwójaka:

- zamierzona — wynikająca z projektu konstrukcji toru (np.: podparcie punktowe szyny, dylatacje podbudowy, styki płyt nawierzchni),
- niezamierzona — wynikająca z technologii wykonania konstrukcji toru oraz cech materiałowych jego elementów składowych (np.: różny stopień zagęszczenia podsypki, niejednorodność podłoża, podbudów, materiałów wibroizolacyjnych).

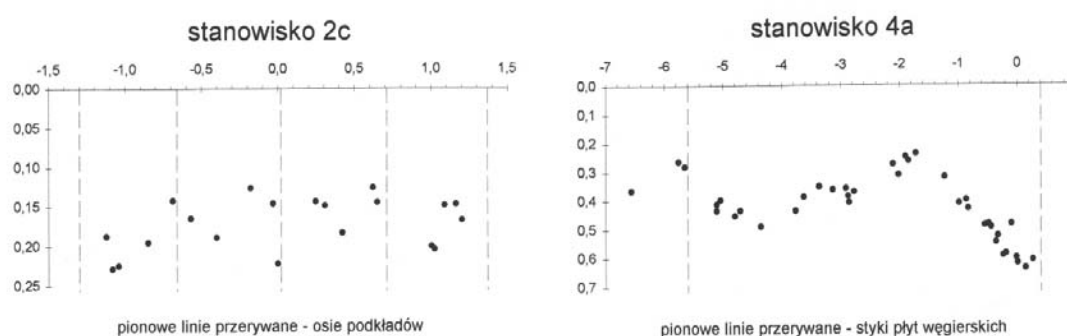
Pomiary terenowe wykonywane były bez odkrywek. Nie na wszystkich stanowiskach możliwe było uzyskanie pełnej informacji o zamierzonej niejednorodności konstrukcyjnej toru, na niektórych znany był jedynie takt niejednorodności w postaci rozstawu podkładów lub podpór.

W wyniku przeprowadzonej analizy nie stwierdzono zauważalnej zależności wartości ugięć szyny od występujących w torze zamierzonych niejednorodności konstrukcyjnych - co potwierdza poprawność założeń konstrukcyjnych analizowanych rozwiązań.

Stwierdzono natomiast w przypadku czterech stanowisk (dwóch dla toru na podporach punktowych i dwóch dla toru węgierskiego) zauważalne, regularne zróżnicowanie wartości ugięć szyny na długości toru, co świadczy o niskiej jakości zastosowanych materiałów lub złej jakości wykonania robót w tych miejscach.

Dla zilustrowania przedstawiono poniżej dwa najbardziej reprezentatywne przykłady przeprowadzonej analizy (rys.7):

- stanowisko 2c — w przypadku którego brak jest regularności w zróżnicowaniu wartości ugięć szyny na długości toru,
- stanowisko 4a — gdzie występuje wyraźnie regularne zróżnicowanie wartości ugięć szyny na długości toru, nie związane jednak z występującymi w torze zamierzonymi niejednorodnościami konstrukcyjnymi.



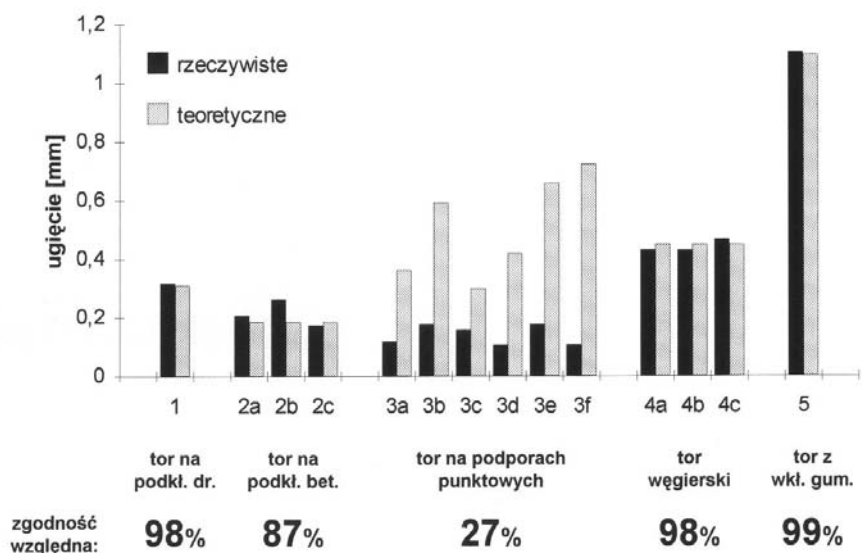
Rysunek 7. Zróżnicowanie wartości ugięć skorygowanych szyny na długości toru.

## ***Analiza porównawcza ugięć rzeczywistych i teoretycznych***

W celu ułatwienia porównania analizowanych wielkości określono pomocniczą miarę, którą nazwano zgodnością względną, a był to wyrażany procentowo stosunek wielkości mniejszej do większej porównywanej pary (ugięcia rzeczywistego i teoretycznego).

W wyniku przeprowadzonej analizy porównawczej (rys.8) uzyskano bardzo dobrą zgodność względną wynoszącą 98 i 99% dla torów z podkładami drewnianymi, węgierskiego i z wkładkami gumowymi oraz stosunkowo dobrą wynoszącą 87% dla toru z podkładami betonowymi, co pozwala wysnuć wniosek, że konstrukcje te w rzeczywistości pracują poprawnie — to znaczy w sposób zgodny z teoretycznymi założeniami, według których zostały zaprojektowane i wykonane.

Zaskakująca jest natomiast bardzo niska zgodność względną wynosząca 27% uzyskana dla toru na podporach punktowych, gdzie ugięcia rzeczywiste średnio okazały się około czterokrotnie mniejsze od teoretycznych.



Rysunek 8. Analiza porównawcza ugięć rzeczywistych i teoretycznych.

Przyczyn takiego stanu rzeczy należy upatrywać zdaniem autora w rozbieżności pomiędzy modelem teoretycznym a obiektem rzeczywistym, w wyniku zastosowania w torze na podporach punktowych zbyt twardych mas podlewowych pod stopą szyny na odcinkach pomiędzy podporami, co powoduje, że tor tego typu pracuje w sposób niewłaściwy, gdyż:

- masy podlewowe, które miały pełnić jedynie rolę wypełniacza stają się tak naprawdę podporą przekazującą obciążenia na betonową podbudowę, co może powodować ich szybką degradację,
- tor taki nie daje efektu tłumienia drgań, jaki powinny zapewnić materiały wibroizolacyjne zastosowane w podporach.

- zniszczenie mas podlewowych może powodować dalszą degradację następnych elementów składowych konstrukcji toru.

W przypadku toru na podporach punktowych konieczna jest więc zmiana materiału stosowanego pod stopką szyny na odcinkach pomiędzy podporami.

## Podsumowanie

W wyniku przeprowadzonych badań potwierdzona została przydatność analizy ugięć szyn do oceny konstrukcji torowisk tramwajowych z punktu widzenia ich nośności, za czym przemawiają następujące argumenty:

- dzięki przeprowadzonym badaniom terenowym dla każdego typu analizowanych konstrukcji torowisk zabudowanych uzyskano odpowiadające im wartości ugięć szyny tramwajowej (w postaci wartości średnich) oraz przedziały zróżnicowania tych wartości (w postaci odchyłeń standardowych),
- metoda pomiarowa okazała się wystarczająco dokładna aby określić, dla których z badanych stanowisk tor nie wykazywał regularności w zróżnicowaniu wartości ugięć na jego długości, a dla których takie regularności wystąpiły,
- klasyczna teoria obliczania nawierzchni szynowej w oparciu o model belki na sprężystym podłożu okazała się być wygodnym i wystarczająco dobrym narzędziem do obliczania ugięć teoretycznych, w wyniku czego uzyskano wartości zbliżone do występujących w rzeczywistości dla torowisk wykonanych zgodnie z dokumentacją projektową, o niewielkim stopniu zużycia,
- na przykładzie analizy zgodności rzeczywistych i teoretycznych ugięć szyny wykazano, że stanowi ona prosty diagnostyczny sposób oceny poprawności pracy konstrukcji toru tramwajowego pod obciążeniem,
- w wyniku przeprowadzonych badań terenowych ujawnione zostały zalety proponowanej metody pomiarowej:
  - jest nieniszcząca (bez naruszania konstrukcji toru),
  - nadaje się do zastosowania zarówno w przypadku torowisk eksploatowanych, gdzie powoduje minimalne utrudnienia w liniowym ruchu tramwajowym, jak i w przypadku torowisk nowo zbudowanych lub wyremontowanych (w trakcie odbioru powykonawczego podczas jazd próbnych wagonem tramwajowym).

W proponowanej metodzie, w pierwszej kolejności przeprowadzone zostają badania nośności torowisk tramwajowych, a następnie wyniki tych badań wykorzystywane są do znacznie szerszego zakresu wnioskowania, obejmującego trzy kolejne etapy funkcjonowania toru:

- projektowania,
- wykonawstwa,
- eksploatacji,

a dotyczące:

- poprawności założeń teoretycznych (projektu) konstrukcji toru tramwajowego,
- jakości wykonania toru tramwajowego oraz zastosowanych materiałów,

- stanu toru eksploatowanego w postaci stopnia jego zużycia pod kątem utraty nośności.

Ocena **nośności** torowisk tramwajowych jest możliwa dzięki przeprowadzonym pomiarom ugięć szyny pod statycznym naciskiem kół taboru wraz ze statystycznym opracowaniem ich wyników oraz porównaniu z założonymi wartościami dopuszczalnymi albo uzyskanymi z obliczeń teoretycznych.

Ocena **poprawności założeń teoretycznych** (projektu) konstrukcji toru tramwajowego jest możliwa w oparciu o analizę różnicowania wartości ugięć na długości toru, a mianowicie czy cykliczne, zamierzone nieregularności konstrukcyjne toru nie wywołują cyklicznego różnicowania wartości ugięć szyny.

Ocena **jakości** wykonania toru tramwajowego oraz zastosowanych materiałów jest możliwa w oparciu o:

- analizę różnicowania wartości ugięć szyny na długości toru, a mianowicie czy nie występuje zauważalne regularne różnicowanie wartości ugięć szyny,
- w oparciu o porównanie ugięć rzeczywistych i teoretycznych szyny, a mianowicie czy model pracy toru oraz własności sprężyste wbudowanych materiałów są zgodne z przewidzianymi w dokumentacji projektowej.

Ocena **stanu toru eksploatowanego** w postaci stopnia jego zużycia pod kątem utraty nośności jest możliwa dzięki porównywaniu zmierzonych wartości ugięć szyny w miarę upływu czasu użytkowania danego toru.

Jako wnioski z przeprowadzonych badań wyłaniają się ponadto następujące postulaty zmian w przepisach i praktyce projektowania, budowy i utrzymania torowisk tramwajowych:

- zakładanie braku ugięć szyny tramwajowej pod przejeżdżającym taboru jako kryterium poprawności wykonania torowiska, usankcjonowane zapisem w wytycznych projektowania torów tramwajowych [5] jest błędem, przy najbliższej nowelizacji wspomnianych przepisów należałoby usunąć ten zapis, natomiast do zakresu diagnostyki torowisk tramwajowych (eksploatacyjnej, przedmodernizacyjnej i powykonawczej) wprowadzić proponowany w niniejszym referacie sposób oceny ich nośności,
- w przypadku podatnych materiałów stosowanych w różnych systemach przytwierdzenia i podparcia szyny (przekładki, podlewy) wskazane jest wprowadzenie wymogu określania przez producentów tych materiałów ich statycznych charakterystyk sprężystych (najlepiej w formie wykresów „siła — ugięcie” z rozróżnieniem cyklu obciążania i odciążania),
- w obecnych czasach, kiedy to zarządy miast decydują się na stosowanie nowych, niekonwencjonalnych rozwiązań konstrukcji zabudowanych torowisk tramwajowych, proponowana metoda jest godna polecenia, gdyż jak wykazano na przykładzie toru na podporach punktowych stosowanego od kilku lat we Wrocławiu, użycie drogich materiałów (elastomery modyfikowane, żywice poliuretanowe) nie zawsze idzie w parze z wykorzystaniem w pełni ich właściwości,
- najbardziej pożądaną formą wykorzystania proponowanej metody byłoby zdaniem autora wprowadzenie stałej praktyki przeprowadzania pomiarów ugięć

szyny w przypadku każdego nowo zbudowanego lub wyremontowanego torowiska, dzięki czemu uzyskiwano by "metrykę" toru umożliwiającą nie tylko ocenę jakości wykonania i zastosowanych materiałów oraz zgodność z projektem, ale i ocenę stopnia zużycia konstrukcji toru w kolejnych latach jego eksploatacji.

## Literatura

- [1] Makuch J.: Konstrukcje torowisk tramwajowych stosowanych we Wrocławiu od początku lat 90-tych. IX Konferencja Naukowa „Drogi Kolejowe”, Kraków – Kościelisko 1997.
- [2] Makuch J.: Pomiary ugięć szyny w zabudowanych torowiskach tramwajowych. XI Konferencja Naukowo – Techniczna „Drogi Kolejowe”, Wrocław 2001.
- [3] Makuch J.: Zgodność teoretycznych i rzeczywistych ugięć szyny jako parametr oceny poprawności pracy nawierzchni tramwajowych zabudowanych. IV Seminarium Diagnostyki Nawierzchni Szynowych, Gdańsk – Sobieszewo 2002.
- [4] Makuch J.: Ugięcie szyny jako parametr oceny konstrukcji torowisk zabudowanych (praca doktorska). Instytut Inżynierii Lądowej Politechniki Wrocławskiej, Raport PRE 14/2002, Wrocław 2002.
- [5] Wytyczne techniczne projektowania, budowy i utrzymania torów tramwajowych. Ministerstwo Administracji Gospodarki Terenowej i Ochrony Środowiska, Warszawa 1983.